

基于仿水流算法的最短路径问题求解

李 兵¹, 王小霞²

(1. 唐山学院, 河北 唐山 063000; 2. 华北理工大学 电气工程学院, 河北 唐山 063009)

摘要:使用传统算法求解最短路径问题时,收敛速度慢,且求得的路径并不是所有行程的最短路径。为此文章提出一种求解最短路径问题的仿水流算法。该算法结合水流量局部更新和全局动态更新,能够动态调配水流量值,避免算法陷入停滞状态;局部搜索中,对于更优路径的水流使用2-opt方法进行搜索,以此提高收敛速度。仿真实验验证了该算法的有效性,与其他算法相比,仿水流算法收敛速度快,收敛精度高,鲁棒性好,所求的最短路径明显优于传统算法。

关键词:最短路径问题;仿水流算法;水流量动态更新

中图分类号:TP301.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-349X(2017)03-0045-05

DOI:10.16160/j.cnki.tsxyxb.2017.03.010

A Solution to the Shortest Path Problem Based on the Imitation Flow Algorithm

LI Bing¹, WANG Xiao-xia²

(1. Tangshan University, Tangshan 063020, China; 2. Institute of Electrical Engineering, North China University of Technology, Tangshan 063009, China)

Abstract: When the traditional algorithm is applied to solve the shortest path problem, the convergence rate is slow and the obtained path is not the shortest of all. To overcome this shortcoming, the authors of this paper propose a water flow algorithm to solve the shortest path problem. The algorithm, based on the local update of the water flow and the global dynamic update, can dynamically allocate the water flow value and avoid the hysteresis of the algorithm. In the local search, the 2-opt method is used for the optimum water path to improve the convergence rate. The simulation results show that the algorithm has the advantages of fast convergence speed, high convergence precision and good robustness, and the shortest path is superior to those obtained through the traditional algorithm.

Key Words: shortest path problem; imitation flow algorithm; water flow dynamic update

0 引言

最短路径问题(TSP, Traveling Salesman Problem)是一个典型的组合优化问题,可以集

中概括和简化现实中许多复杂问题,目前它已成为各种启发式搜索以及优化算法的参照标准。最短路径问题一直是交通工程学、计算机

作者简介:李兵(1962—),女,河北唐山人,教授,博士,主要从事过程控制以及自动控制研究。

科学、城市规划等学科的研究热点,研究最短路径问题具有重要的意义和实用价值。

最短路径问题又是一个多阶段决策问题。它是图论研究中的一个经典算法,旨在寻找图(由结点和路径组成的)中两结点之间的最短路径。在求解此问题时,最短路径问题的求解方法大体可以分为两类:即精确算法和启发式算法。精确算法包括 Dijkstra 算法^[1-3]、动态规划算法^[4-6];启发式算法包括遗传算法^[7-8]、蚁群算法^[9-12]、粒子群优化算法^[13-14]等。最短路径问题的解空间是多维、多局部极值、复杂的解空间。这个解空间类似于一个无穷大的丘陵地带,山峰、山谷连绵起伏,其中的山谷就代表局部极低值,对应的路径就是最短路径。

受大自然的启发,人们从它运行的规律中找到了许多解决实际问题的方法。对于那些受大自然的运行规律或者面向具体问题的经验、规则启发而得出来的方法,人们常常称之为启发式算法(Heuristic Algorithm)。本文受到自然现象“水无常形,流必向下,千条江河归大海”的启发,提出求解最短路径问题的启发式算法——仿水流算法。流水的具体启示及分析如下:

(1)流水局部搜索启示:“水无常形,流必向下”是描述流水根据地势状况局部搜索更低点,并向着下一个局部更低位置流动的过程,在这个过程中流水总是尽可能选择并流经最短路径到达最低点。流水必向下流动,具有禁忌搜索的特点。

(2)水漫溢出的启示:当流水到达一个局部低点的位置,会出现停滞;但随着水流量不断聚集,流水从一个局部次优的位置溢出,跳出局部收敛,并由此继续向下流动。从启发式算法的角度,局部搜索过程中流水具有突破局部收敛的能力,即当流水若干代不变后,强行更换位置从局部优到局部次优的位置,从而继续进行局部搜索。

(3)流水凿洞的启示:流水向着下一个更低、更好位置流动时,落差越大,流水冲击惯性越大,就会对周围的泥土或岩石进行磨损,甚至

可以凿洞突破当前位置的限制,向着比当前位置好的附近点流动(向着局部较优解方向搜索),向着最低点流动(向着全局最优解方向搜索)。并且,在现实中往往可以通过人工凿洞方式,让水流到更低位置,并且路径较短。从启发式算法的角度,流水的这种特点具有突破局部收敛、向着全局最优解收敛的优点。

(4)蒸发一下雨的启示:在自然界中,位置高、水量少的流水容易被蒸发掉形成水蒸气;相应水蒸气会在一定的气候影响下随机下雨,形成相对应数量的流水。从优化算法的角度,“蒸发”具有“优胜劣汰”优点;“下雨”具有多样化群体,具备随机全局寻优的优点。

(5)涓涓细流汇成江河的启示:在自然界中涓涓流水总是汇集到更低、更短的路径上,集聚成江河,最后流归到大海。从流量的角度解释,只有更低、更短的路径才能吸引更多的涓涓细流,使得这些更低、更短路径上的水量得到不断的增加。流水的这一特征表现为很强的流量正反馈机制,引导流水在进行路径选择时,倾向流经水量大的路径(具有位置更低、路径更短的特征),从而使得整个流水系统向最佳路径的方向进化。

笔者在流水的启示下提出一种求解最短路径 TSP 问题的新算法。其中,在水流量更新过程中,利用水流量局部更新和全局动态更新相结合的方法,使得局部最优路径上的水流量值动态地调配,避免了算法陷入停滞状态;在局部搜索过程中,仅对部分走出更优路径的水流量使用 2-opt 方法,加快了水流向最优解(最佳路径)的收敛的速度。

1 最短路径问题数学模型

最短路径问题是一个典型的组合优化问题,是最基本的路线问题。该问题是在寻求单一旅行者由起点出发,通过所有给定的需求点之后,最后再回到原点的最小路径成本。可以表述为:给定 n 个位置 $v_i (i=1, 2, \dots, n)$, 形成一个完全无向带权图 $G=(V, E)$, 其中 $V(G)=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 称为图 G 的位置集, $E(G)=\{e_{ij} (i, j \in 1, 2, \dots, n, i \neq j)\}$ 称为图 G 的边集, e_{ij} 表示每

两个位置 i 和 j 之间的边,并且已知边 e_{ij} 的距离为 d_{ij} 。最短路径问题 TSP 的数学模型为:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \cdot x_{ij} \\ s. t. \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j=1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i=1, \dots, n \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, i \neq j \end{cases}, \quad (1)$$

其中 x_{ij} 表示是否由位置 i 经过边 e_{ij} 到位置 j , 如果是则赋值为 1, 否则为 0。

2 算法的设计

在将仿水流算法用于求解 TSP 问题时,一个可行解与水流所经过的当前位置对应,信息素 τ_{ij} 表示水流处于位置 i 时位置 j 对水流的吸引程度。水流在每一次迭代前需要随机地选择初始位置,并且按照路径选择规则来构建路径,确定好水流初始位置后,按照水流所流过的路径进行局部更新信息素。构建完所有水流的路径后,对每条路径使用 2-opt 方法进行局部搜索,选取最优路径的信息素进行全局更新,从而完成一次迭代。经过多次迭代后,此算法即可取得一个优化解。

根据以上算法过程的简述可知,仿水流算法主要包括 3 个部分:路径选择、水流量更新和局部搜索。同时具有禁忌搜索和正反馈机制特点,兼顾全局搜索和局部搜索能力。

2.1 路径选择方式

在路径选择中对每一个新的流水(既包括初始化阶段的流水群,也包括迭代过程中随机下雨阶段的流水)都使用逐步决策方法,从而建立问题的解;具体过程就是随机选择初始流水,按照概率大小顺序选择流水所要流经的路径。例如在第 t 次迭代时,一个处于流径 i 的新的流水 k ,下一站要选择流径 j 作为流径的概率为:

$$P_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}(t)^\beta}{\sum_{l \in V_i^k} [\tau_{il}(t)^\alpha \cdot \eta_{il}(t)^\beta]}, j \in V_i^k \\ 0, j \notin V_i^k \end{cases}, \quad (2)$$

式中的 V_i^k 为流水 k 接下来能够选择的流径的总和; l 为流水 k 接下来能够选择的流径的数

量; $\tau_{ij}(t)$ 为在第 t 次迭代中边 e_{ij} 的水流量;

$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ 是能见度变量,为流水流径 i 是否选择流径 j 作为流径的可能性大小; α 为水流量权重系数,反映水流量在路径选择中的相对重要性,数值越大,则流水会选择水流量大的路径的可能性越大; β 是能见度权重系数,为能见度的相对重要性,反映了在路径选择过程中流水能见度信息受到重视的程度,数值越大,则流水会选择距离当前流径近的流径的可能性就越大。

2.2 水流量更新方式

类比自然界中水流的聚集和蒸发过程,结束每次迭代后,算法要对路径上水流量实施更新。然而,在寻找最优路径的迭代过程中,当新的最优路径还未出现时,在更新策略的作用下,下次最优路径上的水流量会不断增强,可能会出现两种消极的现象:首先,水流量过度加强会使次优路径上水流量出现停滞,算法无法正常进行;其次,经过数次迭代后,当前最优路径上的水流量强度可能会远低于原最优路径上的水流量强度,这种情况可能得不到有效解决。从而得出,运用此种更新方式时,路径的水流量分布不能随当前最优路径的改变快速变化,因而搜索的效率不高。为了改善以上水流量更新方式中的不足,本文提出一种新的水流量更新方式:局部更新和全局动态更新相结合。

(1)局部更新。在搜索过程中,一些在很接近全局最优解位置的局部最优位置的流水群中,对于流水在自己的当前位置停滞很久,且很难跳出局部收敛的流水,水流在路径构建中使用下面的式子来进行边 (i, j) 的水流量的更新。

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\epsilon)\tau_{ij}(t) + \epsilon \cdot \tau^0, \quad (3)$$

其中 ϵ 为局部更新的蒸发率; τ^0 为信息素的初始值。通过水流量的局部更新,水流流经过的信息素会相对减少,这会减少其他水流选择该边的可能性,从而水流会更多地向着未流过的边探索。

(2)全局动态更新。结束每次迭代后,算法对当前最优路径上的水流量进行全局更新。更新公式为:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}, \quad (4)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \frac{L_1 - L_g}{L_g}, \quad (5)$$

式(4)式(5)中, ρ 为全局更新的蒸发率; $\Delta\tau_{ij}$ 为全局更新水流量增量; L_1 为当前迭代最优路径长度; L_g 为当前最优路径长度。运用式(4)和(5)动态地调整当前最优路径上的水流量。在迭代过程中, 当一条更优路径出现后, L_1 和 L_g 的差值开始可能会比较大, 通过式(5)增强当前最优路径上的水流量的强度, 以吸引更多的水流走出当前的最优路径。伴随迭代次数的增加, L_1 和 L_g 的差值会逐渐减小, 当前最优路径上的水流量不断增强, 更多的水流会聚集到这条路径上来, 通过式(5)能够减小水流量增量, 直至减小到 0。当式(5)减小到 0 时, 对当前最优路径上的水流量只进行蒸发的操作。通过这种方法当前最优路径上水流量的变化能够在水流量的分布上很快地反映出来, 算法不会因水流量的过度加强而造成停滞。

2.3 局部搜索策略

通过对迭代后的每个水流使用 2-opt 方法进行路径的构建, 从而提高解的质量, 为水流量在当前最优路径进行水流量全局更新做准备。但是, 随着问题规模和水流数量的增加, 使用 2-opt 方法非常消耗算法的求解时间, 导致算法求解速度变慢。为了改善以上局部搜索的局限性, 本文提出新的局部搜索方法:

(1) 结束每次迭代操作后, 按照路径长度升序排列所有水流所构建的路径。

(2) 使用 2-opt 方法对排列中路径长度最短的 $m/2$ (m 为水流的数量) 条路径进行局部搜索。

通过使用这种局部搜索方式, 算法仅对迭代中那些更短的路径进行 2-opt 方法局部搜索, 既可以缩短计算时间又可以提高搜索效率。

2.4 算法的步骤

仿水流算法的步骤如下:

Step1: 参数初始化。令迭代计数器 $NC=0$, 设置当前最优路径长度 S 、最大的迭代次数 T 、城市之间的距离 d_{ij} ($i, j=1, \dots, n$)、当前最优路径表 t 、启发式信息 η_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$)、路径上的水流量 τ_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$)。

Step2: 水流位置初始化。初始化 m 个水流的禁忌表 t_k ($k=1, 2, \dots, n$)、所走路径长度 l_k ($k=1, 2, \dots, m$)。所有的水流随机地选择初始位置, 将所选的位置添加到 t_k 中, 并更新 l_k 的值。

Step3: 路径构建。按式(2)对每个水流进行路径选择, 将所选的位置添加到 t_k 中, 并更新 l_k 的值。

Step4: 水流量局部更新。按式(3)对水流选择的每个位置、走过的路径 (i, j) 进行水流量局部更新。

Step5: 2-opt 局部搜索。完成路径构建后, 升序排序所有水流所构建的路径, 对排列中路径长度最短的 $m/2$ 条路径进行局部搜索, 并更新 l_k 和 t_k 。

Step6: 水流量全局动态更新。将所走路径 l_k 与最优路径 S 进行比较。若 $l_k < S$, 则 l_k 替换 S , t 替换 t_k 。按式(4)和(5)对当前最优路径进行水流量全局动态更新。

Step7: 迭代循环。若 $NC \leq T$, 则返回 Step2, 继续进行迭代, 否则结束算法, 输出最优路径 S 和最优路径表 t 。

3 仿真实验

运用 TSP Oliver30 问题进行性能评估, 以验证该仿水流算法的可行性和有效性。用 Matlab 编程实现, 实验结果见表 1。取 20 次实验的平均值为实验结果, 图 1 为最优解的进化曲线, 图 2 为最差解的进化曲线, 图 3 为所找到的最优路径。图 1, 图 2, 图 3 是在参数设置为 $\alpha=1, \beta=5, \rho=0.1$ 时得到的结果。

表 2 是基本蚁群算法求解此问题的数据, 数据取自文献[12], 与表 1 比较可以看出仿水流算法不仅求解速度大大提高, 而且收敛到最优解所需的迭代次数大为减少。

表 1 仿水流算法的实验结果

α	β	ρ	最优解	最差解	平均值	平均迭代次数
0.5	5	0.1	423.740	425.820	424.396	29
0.5	5	0.5	423.740	426.600	424.439	29
1	5	0.1	423.740	425.266	424.109	24
1	5	0.5	423.740	429.415	425.555	27

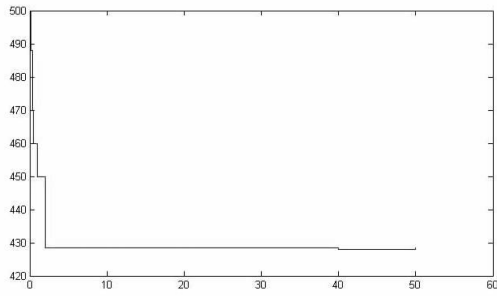


图1 最优解的进化曲线,解为 423.740

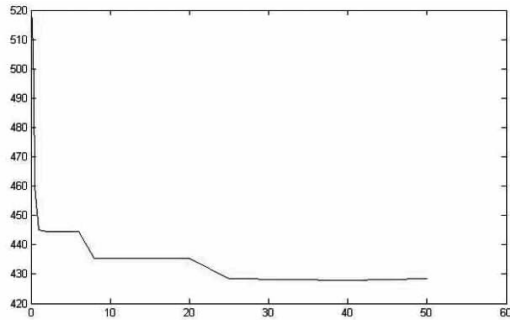


图2 最差解的进化曲线,解为 425.266

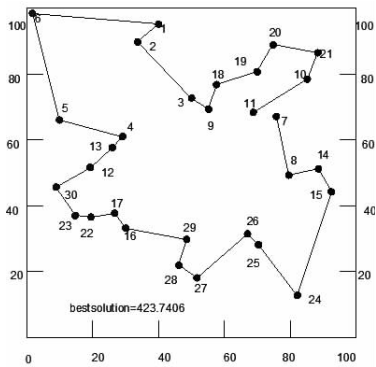


图3 最优路径

表2 基本蚁群算法求解的数据

α	β	ρ	最短路径长度	迭代次数
2	2	0.5	424.8	350
2	2	0.9	427	344
1	2	0.5	423.7	342
5	2	0.9	430.5	338
5	2	0.5	445	347

4 结论

仿水流算法是一种新兴的启发式算法,它具有正反馈机制、分布式计算和强鲁棒性等优点,应用前景十分广阔。本文在水流的启示下提出了一种求解最短路径 TSP 问题的新算法,

结合局部更新与全局动态更新搜索,使用 2-opt 方法,从而大大地加速了仿水流算法的收敛速度。TSP 试算结果表明该算法是可行和有效的。在加快寻优速度的同时防止寻优陷入局部最优,采用这种仿水流算法策略有利于问题的求解。这种算法可以应用于加工领域、交通领域以及其他规划领域的路径规划中。

参考文献:

- [1] Medeiros F L L, da Silva J D S. A Dijkstra algorithm for fixed-wing UAV motion planning based on terrain elevation[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2010 (6404): 213 - 222.
- [2] 王树西, 吴政学. 改进的 Dijkstra 最短路径算法及其应用研究[J]. 计算机科学, 2012 (5): 223 - 228.
- [3] 左为平, 刘云芳. Dijkstra 算法在最短旅游路径中的应用[J]. 计算机与信息技术, 2011 (Z2): 45 - 46.
- [4] 孙晓燕, 李自良, 彭雄凤, 等. 利用动态规划法求解运输问题的最短路径[J]. 机械设计与制造, 2010(2): 223 - 224.
- [5] Adleman L M. Molecular computation of solutions to combinatorial problems[J]. Science, 1994, 266(5187): 1021 - 1024.
- [6] 陈捷. 基于动态规划算法的最值问题分析[J]. 电脑与信息技术, 2013(6): 23 - 25.
- [7] Snyder L V, Daskin M S. A random-key genetic algorithm for the generalized traveling salesman problem [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174 (1): 38 - 53.
- [8] Darrel W, Doug H, Adele H. A hybrid genetic algorithm for the traveling salesman problem using generalized partition crossover[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2011(6238): 566 - 575.
- [9] Stutzle T, Hoos H. MAX-MIN and system [J]. Future Generation Computer System, 2000, 16: 889 - 914.

(下转第 54 页)

域上看,碰撞声能量曲线是一个陡峭的波峰。

可见,碰撞声能量变化曲线与正常状况下声音能量曲线有较大差异。因此把能量值 E 和能量变化值 ΔE 作为碰撞声判别特征,其中 ΔE 定义为

$$\Delta E = \frac{E_c}{E_f + E_b} \circ$$

式中 E_c 为碰撞峰值能量, E_f 为碰撞前 t 秒平均能量, E_b 为碰撞后 t 秒平均能量。符合碰撞声的条件为

$$\begin{cases} E > T_1 \\ \Delta E > T_2 \end{cases} \circ$$

上式中 T_1 为所有样本能量的均值减去 2 倍标准差, T_2 为所有样本能量变化的均值减去 2 倍标准差。

5 结语

应用多特性碰撞声检测算法设计的基于音频检测的交通事故自动报警系统可以准确、快速地实现交通事故的自定检测。如果将此系统与 GPS 和 4G 网络技术结合,便可获取交通事故发生的位置、时间等信息,这对提高交通事故的检测率、降低交通事故死亡率和伤残率有着重要意义。

参考文献:

- [1] 金会庆. 道路交通事故防治工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005: 88.

(上接第 49 页)

- [10] Manfrin M, Birattari M, Stutzle T, et al. Parallel ant colony optimization for the traveling salesman problem[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006(4150): 224 - 234.
- [11] 蔡荣英, 王李进, 吴超, 等. 一种求解旅行商问题的迭代改进蚁群优化算法[J]. 山东大学学报: 工学版, 2012, 42(1): 6 - 11.
- [12] 宋世杰, 刘高峰, 周忠友, 等. 基于改进蚁

- [2] 梁民, 叶剑民. 声音信号质量评价技术[J]. 数字技术与应用, 2011(6): 139 - 144.
- [3] 倪其育. 音频技术教程[M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2011: 1.
- [4] Li D, Sethi I K, Dimitrova N, et al. Classification of general audio data for content-based retrieval [J]. Pattern Recognition Letters, 2001, 22(5): 533 - 544.
- [5] Devasena C L, Latha M H. Automatic classification of audio data using gradient descent neural network based algorithm[J]. Journal of Theoretical & Applied Information Technology, 2014(1): 562 - 567.
- [6] Chang B R, Tsai H F, Young C P. Intelligent data fusion system for predicting vehicle collision warning using vision/GPS sensing[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(3): 2439 - 2450.
- [7] 陈强. 高速公路交通流特征参数被动声学检测技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2005.
- [8] 戴硕. 基于声信号处理的交通事故自动检测方法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2010.
- [9] 李云焕. 基于声音识别的交通信息检测技术研究[D]. 西安: 长安大学, 2014.

(责任编辑: 李秀荣)

群算法求解最短路径和 TSP 问题[J]. 计算机技术与发展, 2010(4): 144 - 147.

- [13] 郭崇慧, 谷超, 江贺. 求解旅行商问题的一种改进粒子群算法[J]. 运筹与管理, 2010, 19(5): 20 - 26.
- [14] 沈继红, 王侃. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J]. 智能系统学报, 2012, 7(2): 174 - 182.

(责任编辑: 夏玉玲)